ИНФОРМАТИКА, ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ ТЕХНИКА И УПРАВЛЕНИЕ
INFORMATION TECHNOLOGY, COMPUTER SCIENCE, AND MANAGEMENT



УДК 519.87:004 DOI 10.12737/19695

Возможности использования элитных особей при решении задачи коммивояжера моделью Гольдберга*

В. Г. Кобак[1], И. Ш. Рудова[2]**
[1,2] Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону, Российская Федерация

Applicability of elite samples in solving the traveling salesman problem by Goldberg model ***

V. G. Kobak[1], I. S. Rudova[2]**
[1,2] Don State Technical University, Rostov-on-Don, Russian Federation

Целью данной работы является исследование актуальной задачи коммивояжера, которая является *NP* сложной задачей дискретной оптимизации. Показано, что для достижения поставленной цели пригодны лишь эвристические методы. Для решения задачи представлен результат совместного использования муравьиного (МА) и генетического (ГА) алгоритмов. Особенностью предложенного генетического алгоритма является то, что задача решается только с помощью различных мутаций (без кроссовера). Исследуемый ГА был улучшен введением элитарной стратегии. Испытания проводились на графах средней и большой размерности. Элитная особь, получаемая с помощью муравьиного алгоритма, в среднем улучшалась на 11 %. Показано, что эффективность генетического алгоритма напрямую зависит от количества особей в поколении и количества итераций алгоритма. Ввод элитарной стратегии улучшил получаемые значения целевой функции более чем в 2 раза. Увеличение числа запусков МА при выборе элиты позволило повысить эффективность алгоритма приблизительно на 2 %.

The work objective is to study a critical traveling salesman problem which is *NP* complicated task of the discrete optimization. It is shown that only heuristics is appropriate in achieving this goal. The result of the ant colony algorithm (ACA) and genetic algorithm (GA) sharing is presented for the problem solution. The point is that the problem is solved using only mutations of various types (without crossover). The investigated GA is improved by the elitist strategy. The testing is done on graphs of the middle and large dimension. An “elite” sample obtained by the ACA is improved by a mean of 11%. It is shown that the efficiency of the genetic algorithm depends directly on the number of ants in the generation, and on the number of algorithm iterations. Target function values are improved more than twofold after the introduction of the elitist strategy. Increasing the number of ACA runs raises the efficiency of the algorithm by approximately 2%.

Ключевые слова: задача коммивояжера, генетический алгоритм, граф, модель Гольдберга, мутация, кроссовер, муравьиный алгоритм, элитная особь, феромон, природные вычисления.

Keywords: traveling salesman problem, genetic algorithm, graph, Goldberg model, mutation, crossover, ant colony algorithm, elite sample, pheromone, natural computing.

Введение. Задача коммивояжера (ЗК) является *NP* сложной задачей дискретной оптимизации и определяется следующим образом: для заданного полного взвешенного графа $G = (V, E, D)$ с множеством вершин $V = \{v_i\}_n$, множеством ребер E и матрицей весов $D = \{d_{i,j}\}_{n\times n}$ необходимо найти Гамильтонов цикл $(v_{i1}, v_{i2},\ldots,v_{in})$, где $(i_1,\ldots,i_n)$ — перестановка на множестве $\{1,2,\ldots,n\}$, а $v_i \in V$, с минимальной суммой весов дуг [1]:

$$\sum_{j=1}^{n-1} d_{i_j i_{j+1}} + d_{n_1} \to \min$$

Вершины графа *G* часто называются городами, а любой Гамильтонов цикл называется маршрутом коммивоя-

*Работа выполнена в рамках инициативной НИР.
**E-mail: valera33305@mail.ru, irmuse4ka@rambler.ru
***The research is done within the frame of the independent R&D.

жера. Очевидным решением задачи является метод полного перебора. Выйдя из первого города, коммивояжер может направиться в один из $(n-1)$ городов, откуда в $(n-2)$ оставшихся городов и т. д., пока не останется один-единственный город, откуда он вышел. Таким образом, общее число маршрутов, подлежащих просмотру, составляет $(n-1) \cdot (n-2) \ldots 2 \cdot 1 = (n-1)$ всевозможных вариантов. С увеличением количества городов это значение быстро возрастает и уже при 15 городах достигает астрономических цифр. Поиск точных и приближенных способов решения задачи о коммивояжере остается актуальным и с теоретической, и с практической точки зрения, так как не найдено, а возможно, и не существует точных алгоритмов, решающих ЗК за короткое (полиномиальное) время. Поэтому для решения задачи коммивояжера эффективнее использовать не точные, а эвристические методы. Применение эвристических алгоритмов к какой-либо практической задаче обычно позволяет сформулировать рекомендации, которые намного лучше произвольного решения и которые наиболее близки к лучшему варианту.

Обзор алгоритмов решения. В данной статье решение задачи коммивояжера произведено модифицированным генетическим алгоритмом (ГА) с элитной особью. Начальное значение элиты получается при использовании n итераций муравьиного алгоритма (МА), который также является приближенным и существует в рамках научного направления Natural Computing — «Природные вычисления», которое объединяет математические методы и механизмы, обеспечивающие многолетнюю адаптацию биоценозов к окружающей среде [2–5]. Использованный МА также улучшен применением элитной стратегии. Кроме того, в данной версии МА используется модификация — «правило псевдослучайных пропорций», которая поддерживает баланс между использованием накопленных знаний и исследованием новых решений.

Рассматриваемый муравьиный алгоритм предполагает выполнение следующих шагов [6].

1. Инициализация: создание муравьев (каждый муравей помещается в начальную точку). Задается начальный уровень феромона (обычно небольшое положительное число) для того, чтобы на начальном этапе вероятности перехода в вершины не принимали нулевые значения.

2. На втором шаге определяются вероятности перехода k-го муравья из вершины i в вершину j. Для этого используем следующую формулу (1):

$$P_{i,j} = 100 \cdot \frac{\frac{1}{L_{i,j}}^{\beta} \cdot \tau_{i,j}^{\alpha}}{\sum \frac{1}{L_{i,j}}^{\beta} \cdot \tau_{i,j}^{\alpha}}, \quad (1)$$

где $\tau_{i,j}(t)$ — уровень феромона; L_{ij} — расстояние между вершинами i и j; β и α — константные параметры.

При α = 0 выбор ближайшего города наиболее вероятен, то есть алгоритм становится жадным. При β = 0 выбор происходит только на основании феромона.

3. На третьем шаге алгоритма применяется правило псевдослучайных пропорций, которое определяется простой формулой (2) и зависит от параметра q_0:

$$s = \begin{cases} \max\limits_{j \in allowed_k}\{[\tau_{ij}(t)]^{\alpha} \cdot [\eta_{ij}]^{b}\}, & q < q_0 \\ r, & q \geq q_0 \end{cases}, \quad (2)$$

где q — случайное число, распределенное по нормальному закону на отрезке [0,1]; q_0 — параметр баланса между использованием накопленных знаний и исследованием новых решений ($0 \leq q0 \leq 1$); r — случайный город, выбранный на основе вероятностей, расчет которых был произведен по формуле (1).

4. Пройдя ребро (i, j), муравей откладывает на нем некоторое количество феромона, которое должно быть связано с оптимальностью сделанного выбора:

$$\Delta\tau_{ij}(t) = \begin{cases} \frac{Q}{L_k(t)}, (i, j) \in T_k(t); \\ 0, (i, j) \notin T_k(t). \end{cases}$$

Здесь Q — параметр, имеющий значение порядка цены оптимального решения; $T_k(t)$ — маршрут, пройденный муравьем k к моменту времени t; $L_k(t)$ — длина этого маршрута.

5. Дополнительным улучшением алгоритма является ввод элитных муравьев. После каждой t-й итерации алгоритма происходит дополнительное обогащение феромоном ребер, входящих в маршрут лучшего на данный момент муравья.

$$\Delta\tau_{ij} = \begin{cases} e / L^{best}(t), если(i,j) \in T^{best} \\ 0, если(i,j) \notin T^{best}. \end{cases}$$

Особенностью генетического алгоритма, приведенного в данной статье, является то, что оптимальный маршрут находится посредством модели Гольдберга с использованием только лишь модифицированных операторов мутации (ОМ) без применения кроссовера. Мутация — случайное изменение одного или нескольких генов в хромосоме [7]. Оператор мутации позволяет разнообразить генотип в поколении, тем самым исключая возможность «застревания» в ловушке локальных минимумов и повышая точность работы алгоритма. Вероятность мутации p_m является фиксированным случайным числом на отрезке [0; 1]. Вероятность мутации в предложенном алгоритме составляет 100 %. В ходе вычислительных экспериментов, изложенных в работе [8], было определено, что наиболее близкие к оптимуму длины маршрутов получаются при использовании простого несимметричного двухточечного ОМ.

Несимметричный двухточечный ОМ выполняется следующим образом.

1. В хромосоме $P = (a_1, a_2, a_3, \dots, a_{n-2}, a_{n-1}, a_n)$ определяются случайным образом две позиции (например, a_2 и a_{n-1}).

2. Гены, соответствующие выбранным позициям, переставляются, и формируется новая хромосома $P' = (a_1, a_{n-1}, a_3, \dots, a_{n-2}, a_2, a_n)$.

Для данной работы была выбрана стратегия «Сравнение мутирующей особи с предком, а далее — лучшей из них со случайной особью в поколении», которая показала себя как одна из лучших стратегий [9–10].

Алгоритм реализуется следующим образом.

1. Получаем значение элитной особи при помощи n запусков МА.

2. Ставим элитную особь на первое место в поколении.

3. Если m — номер особи, подверженной мутации, то $m = 2$.

4. Применяем к m-й особи оператор мутации.

5. Вычисляем значение целевой функции для мутирующей m-й особи и сравниваем его со значением целевой функции предка, а затем лучшее из них сравниваем со значением целевой функции случайно выбранной особи из поколения. Особь с наилучшим значением целевой функции добавляется в следующее поколение.

6. Устанавливаем $m = m + 1$ и повторяем шаг 5, пока каждая особь из поколения не подвергнется мутации.

7. Определяем особь с наилучшей приспособленностью (значением целевой функции) в поколении $f_{опт}$ и ставим ее на первое место.

8. Проверяем, сколько итераций подряд значение $f_{опт}$ было неизменно. Если $f_{опт}$ было неизменным Nu итераций подряд, то конец работы, если меньше, чем Nu, то переходим к шагу 3.

Аналитически сделать выводы об эффективности данного алгоритма нельзя, поэтому был поставлен вычислительный эксперимент. Параметры использованного МА: число особей на итерации — 50, одна элитная особь, $\alpha = 1$, $\beta = 1$. Результаты вычислительного эксперименты для графа nBaeg29 (29 вершин, известное значение оптимума 1610) представлены в табл. 1, а для графа — brazil58 (58 вершин, известное значение оптимума 25395) при выборе элитной особи из трех запусков МА — в табл. 2, и при выборе из пяти запусков МА — в табл. 3.

Таблица 1

Результаты вычислительного эксперимента граф — nBaeg29 (число опытов — 35)

Число повторов/ особей	Выбор элитной особи из 3				Выбор элитной особи из 5			
	Луч-шее	Сред. знач.	Сред. знач. элиты	Сред. % улучш.	Луч-шее	Сред. знач.	Сред. знач. элиты	Сред. % улучш.
250	1627	1782	1949	10,41	1615	1756	1921	10,25
500	1620	1746	1926	11,18	1610	1751	1901	9,35
750	1610	1709	1867	9,76	1610	1757	1924	10,32

Из табл. 1 видно, что элитная особь в среднем улучшается на ≈ 10 %. Лучшее из полученных значений отстает от известного оптимального в худшем случае всего на ≈ 1 %. А в большинстве случаев достигает оптимума. Среднее значение отстает от оптимума всего на 8,6 %.

Таблица 2

Выбор элитной особи из трех (граф — brazil58)

Число повто-ров/ особей	20 запусков алгоритма				35 запусков алгоритма				50 запусков алгоритма			
	Луч-шее	Сред.			Луч-шее	Сред.			Луч-шее	Сред.		
		Знач.	Знач. элиты	% улучш.		Знач.	Знач. элиты	% улучш.		Знач.	Знач. элиты	% улучш.
250	28260	30936	33596	10,47	28198	30238	33623	13,3	27004	30246	33492	12,78
500	27927	29922	33519	14,16	27031	29933	33303	13,3	27768	29923	33640	14,63
750	27662	29832	33937	16,16	28010	30221	33604	13,4	26942	30009	33692	14,50

Таблица 3

Выбор элитной особи из пяти (граф — brazil58)

Число повто-ров/ особей	20 запусков алгоритма				35 запусков алгоритма				50 запусков алгоритма			
	Луч-шее	Сред.			Луч-шее	Сред.			Луч-шее	Сред.		
		Знач.	Знач. элиты	% улучш.		Знач.	Знач. элиты	% улучш.		Знач.	Знач. элиты	% улучш.
250	27635	30024	33264	12,76	27608	29885	33265	13,3	27667	29972	32948	11,72
500	27779	29814	32745	11,54	27435	29850	33091	12,8	27443	29584	33084	13,78
750	27128	29156	32949	14,94	27506	29508	32977	13,7	26990	29598	33233	14,31

Анализ результатов вычислительного эксперимента позволяет построить диаграммы (рис. 1, 2, 3, 4, 5).

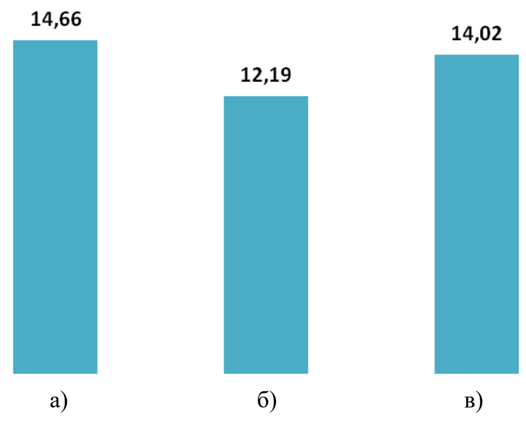


Рис. 1. Процент улучшения элитной особи генетическим алгоритмом (выбор из трех). Количество особей и повторов: 750 (а), 250 (б), 500 (в)

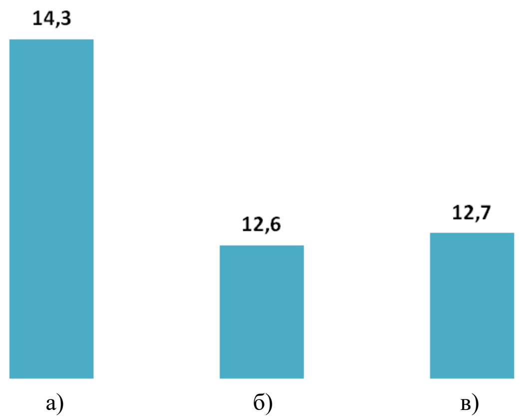


Рис. 2. Процент улучшения элитной особи генетическим алгоритмом (выбор из пяти). Количество особей и повторов: 750 (а), 250 (б), 500 (в)

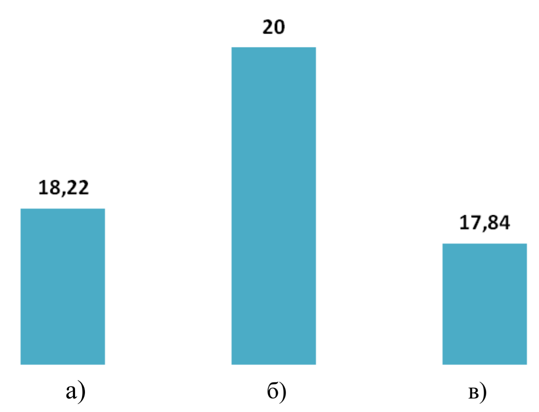


Рис. 3. Процент отклонения среднего значения от оптимального (выбор элиты из трех). Количество особей и повторов: 750 (а), 250 (б), 500 (в)

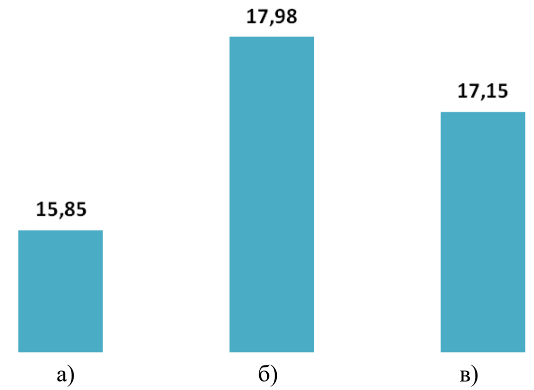


Рис. 4. Процент отклонения среднего значения от оптимального (выбор элиты из пяти). Количество особей и повторов: 750 (а), 250 (б), 500 (в)

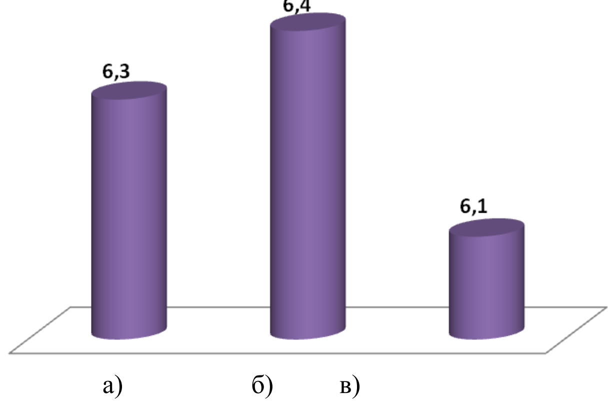


Рис. 5. Процент отклонения лучшего значения от оптимального (выбор элиты из трех). Количество особей и повторов: 250 (а), 500 (б), 750 (в)

Анализируя результаты вычислительного эксперимента, можно отметить следующее: при увеличении количества вершин в графе процент улучшения элитной особи увеличился, что говорит о повышении эффективности работы алгоритма с ростом числа вершин в графе. При выборе элитной особи из пяти с двукратным увеличением числа вершин в графе процент отклонения среднего значения от оптимума увеличился приблизительно на 6 %, что вполне допустимо.

Для оценки эффективности работы алгоритма сравним его результаты с генетическим алгоритмом без элитной особи, но с той же стратегией отбора и таким же оператором мутации на графе brazil 58. Результаты вычислительного эксперимента приведены в табл. 4.

Таблица 4

Результат работы генетического алгоритма без элитной особи

Число повторов/ особей	Среднее из 35 запусков	Лучшее из 35 запусков	% откл. среднего	% откл. лучшего
250	35223	29855	38,70	17,56
500	33829	29827	33,21	17,45
750	33716	28722	32,77	13,10

Выводы. Ввод элитной муравьиной особи позволил уменьшить процент отклонения лучшего из найденных значений более чем в 2 раза, а процент отклонения среднего значения — приблизительно на 18 %. Увеличение числа *n* при выборе элитной особи позволило увеличить эффективность алгоритма примерно на 2 %. Следует также отметить, что с увеличением числа особей и итераций алгоритма улучшаются значения целевой функции.

Библиографический список

1. Гладков, Л. А. Генетические алгоритмы / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В. М. Курейчик — Москва : Физматлит, 2007. — 272 с.

2. Gambardella, L.-M. Ant-Q: A Reinforcement Learning Approach to the Traveling Salesman Problem [Электронный ресурс] / L.-M. Gambardella, M. Dorigo. — Режим доступа: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.40.4846 (дата обращения: 16.09.15).

3. Dorigo, M. The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents [Электронный ресурс] / M. Dorigo, V. Maniezzo, A. Colorni. — Режим доступа: ftp://iridia.ulb.ac.be/pub/mdorigo/journals/IJ.10-SMC96.pdf (дата обращения: 20.09.15).

4. Gambardella, L.-M. Solving symmetric and asymmetric TSPs by ant colonies [Электронный ресурс] / L.-M. Gambardella, M. Dorigo. — Режим доступа: http://ceit.aut.ac.ir/~meybodi/Learning%20Automata%20papers/LA-Papers-Ebdali/00542672.PDF (дата обращения: 27.09.15).

5. Чураков, М. Муравьиные алгоритмы. / М. Чураков, А. Якушев. — Режим доступа: http://rain.ifmo.ru/cat/ (дата обращения: 25.09.2015).

6. Штовба, С. Д. Муравьиные алгоритмы [Электронный ресурс] / С. Д. Штовба. — Режим доступа: http://www.serhiyshtovba.narod.ru/doc/Shtovba_Ant_Algorithms_Exponenta Pro_2003_3.pdf (дата обращения: 25.09.15).

7. Емельянов, В. В. Теория и практика эволюционного моделирования / В. В. Емельянов, В. М. Курейчик, В. В. Курейчик. — Москва : Физматлит, 2003. — 432 с.

8. Кобак, В. Г. Сравнительный анализ модифицированной модели Гольдберга и муравьиного алгоритма при решении задачи коммивояжера / В. Г. Кобак, И. Ш. Рудова, А. Г. Жуковский // Тр. Сев.-Кавк. филиала Моск. техн. ун-та связи и информатики. — Ростов-на-Дону, 2015. — Т. 1. — С. 362–365.

9. Кобак, В. Г. Решение задачи коммивояжера модифицированной моделью Гольдберга с использованием различных сильных мутаций / В. Г. Кобак, И. Ш. Рудова // Сб. тр. юбилейной конф. студентов и молодых ученых, посвященной 85-летию ДГТУ. — Ростов-на-Дону, 2015. — С. 146–156.

10. Решение задачи коммивояжера модифицированной моделью Гольдберга с помощью различного вида мутаций / В. Г. Кобак [и др.] // Тр. Сев.-Кавк. филиала Моск. техн. ун-та связи и информатики. — Ростов-на-Дону, 2014. — Т. 1. — С. 258–261.

References

1. Gladkov, L.A., Kureychik, V.V., Kureychik, V.M. Geneticheskie algoritmy. [Genetic algorithms.] Moscow: Fizmatlit, 2007, 272 p. (in Russian).

2. Gambardella, L.-M., Dorigo, M. Ant-Q: A Reinforcement Learning Approach to the Traveling Salesman Problem. Available at: http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/summary?doi=10.1.1.40.4846 (accessed: 16.09.15).

3. Dorigo, M., Maniezzo, V., Colorni, A. The Ant System: Optimization by a colony of cooperating agents. Available at: ftp://iridia.ulb.ac.be/pub/mdorigo/journals/IJ.10-SMC96.pdf (accessed: 20.09.15).

4. Gambardella, L.-M., Dorigo, M. Solving symmetric and asymmetric TSPs by ant colonies. Available at: http://ceit.aut.ac.ir/~meybodi/Learning%20Automata%20papers/LA-Papers-Ebdali/00542672.PDF (accessed: 27.09.15).

5. Churakov, M., Yakushev, A. Murav'inye algoritmy. [Ant colony algorithms.] Available at: http://rain.ifmo.ru/cat/ (accessed: 25.09.2015) (in Russian).

6. Shtovba, S.D. Murav'inye algoritmy. [Ant colony algorithms.] Available at: http://www.serhiyshtovba.narod.ru/doc/Shtovba_Ant_Algorithms_Exponenta Pro_2003_3.pdf (accessed: 25.09.15) (in Russian).

7. Yemelyanov, V.V., Kureychik, V.M., Kureychik, V.V. Teoriya i praktika evolyutsionnogo modelirovaniya. [Theory and practice of evolutionary modeling.] Moscow: Fizmatlit, 2003, 432 p. (in Russian).

8. Kobak, V.G., Rudova, I.S., Zhukovskiy, A.G. Sravnitel'nyy analiz modifitsirovannoy modeli Gol'dberga i murav'inogo algoritma pri reshenii zadachi kommivoyazhera. [Comparative analysis of Goldberg modified model and ant colony algorithm for solving the traveling salesman problem.] Proc. of Moscow Technical University of Communications and Informatics, North Caucasian Branch. Rostov-on-Don, 2015, vol. 1, pp. 362–365 p. (in Russian).

9. Kobak, V.G., Rudova, I.S. Reshenie zadachi kommivoyazhera modifitsirovannoy model'yu Gol'dberga s ispol'zovaniem razlichnykh sil'nykh mutatsiy. [Traveling salesman problem solution by Goldberg modified model using different strong mutations.] Proc. Conf. of students and young researchers dedicated to the 85th Anniversary of DSTU. Rostov-on-Don, 2015, pp. 146–156 (in Russian).

10. Kobak, V.G., et al. Reshenie zadachi kommivoyazhera modifitsirovannoy model'yu Gol'dberga s pomoshch'yu razlichnogo vida mutatsiy. [Traveling salesman problem solution by Goldberg modified model by different strong mutations.] Proc. of Moscow Technical University of Communications and Informatics, North Caucasian Branch. Rostov-on-Don, 2014, vol. 1, pp. 258–261 (in Russian).

Поступила в редакцию 03.11.2015
Сдана в редакцию 03.11.2015
Запланирована в номер 23.03.2016